حلّ وظيفة صفّيّة في التحليل إلى عوامل

السؤال 1 حلّل إلى عوامل التعابير التالية:

1) $8a^2 - 2a$

العامل المشترك الأكبر: $2a$

$$8a^2 - 2a = 2a \cdot 4a - 2a \cdot 1$$
$$= 2a(4a - 1)$$

الناتج: $\mathbf{2a(4a - 1)}$

2) $15a^2 - 10a^3 + 20a^4$

العامل المشترك الأكبر: $5a^2$

$$= 5a^2 \cdot 3 - 5a^2 \cdot 2a + 5a^2 \cdot 4a^2$$
$$= 5a^2(3 - 2a + 4a^2)$$

الناتج: $\mathbf{5a^2(3 - 2a + 4a^2)}$

3) $-30y^2 + 12y^4 - 18y^3$

نرتّب حسب القوى، والعامل المشترك الأكبر: $6y^2$

$$12y^4 - 18y^3 - 30y^2$$
$$= 6y^2(2y^2 - 3y - 5)$$

يكفي هذا الناتج، ويمكن المتابعة بالتجميع:

$$2y^2 - 5y + 2y - 5$$
$$= y(2y - 5) + 1(2y - 5)$$
$$= (2y - 5)(y + 1)$$

الناتج: $\mathbf{6y^2(2y - 5)(y + 1)}$

4) $a^2 + 6a + 2a + 12$

تجميع: نُخرج عاملاً مشتركاً من كلّ زوج

$$(a^2 + 6a) + (2a + 12)$$
$$= a(a + 6) + 2(a + 6)$$
$$= (a + 6)(a + 2)$$

الناتج: $\mathbf{(a + 6)(a + 2)}$

5) $a^2 - 4a - 3a + 12$

تجميع: نُخرج عاملاً مشتركاً من كلّ زوج

$$(a^2 - 4a) + (-3a + 12)$$
$$= a(a - 4) - 3(a - 4)$$
$$= (a - 4)(a - 3)$$

الناتج: $\mathbf{(a - 4)(a - 3)}$

6) $1 - 4x^2$

فرق مربّعين:

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$
$$1 - 4x^2 = 1^2 - (2x)^2$$
$$= (1 - 2x)(1 + 2x)$$

الناتج: $\mathbf{(1 - 2x)(1 + 2x)}$

7) $9a^2 + 24a + 16$

مربّع كامل:

$$9a^2 = (3a)^2 \qquad 16 = 4^2$$

فحص الحدّ الأوسط:

$$2 \cdot 3a \cdot 4 = 24a \quad ✓$$

الناتج: $\mathbf{(3a + 4)^2}$

8) $36a^2 - 60a + 25$

مربّع كامل (الحدّ الأوسط سالب):

$36a^2 = (6a)^2 \quad 25 = 5^2$

فحص الحدّ الأوسط:

$2 \cdot 6a \cdot 5 = 60a$ ✓

الناتج: $\mathbf{(6a - 5)^2}$

9) $16a^4 + 8a^2b + b^2$

مربّع كامل:

$16a^4 = (4a^2)^2 \quad b^2 = (b)^2$

فحص الحدّ الأوسط:

$2 \cdot 4a^2 \cdot b = 8a^2b$ ✓

الناتج: $\mathbf{(4a^2 + b)^2}$

10) $4a^2 - 25$

فرق مربّعين:

$4a^2 - 25 = (2a)^2 - 5^2$

$= (2a - 5)(2a + 5)$

الناتج: $\mathbf{(2a - 5)(2a + 5)}$

11) $x^2 + 4x + 3$

عددان: ضربهما = الحدّ الحرّ، وجمعهما = معامل x

$3 = 1 \cdot 3 \quad ، \quad 1 + 3 = 4$

الناتج: $\mathbf{(x + 1)(x + 3)}$

12) $x^2 + 8x + 15$

عددان: ضربهما = الحدّ الحرّ، وجمعهما = معامل x

$15 = 3 \cdot 5 \quad ، \quad 3 + 5 = 8$

الناتج: $\mathbf{(x + 3)(x + 5)}$

13) $x^2 - 4x - 5$

عددان: ضربهما = الحدّ الحرّ، وجمعهما = معامل x

$-5 = (-5) \cdot 1 \quad ، \quad (-5) + 1 = -4$

الناتج: $\mathbf{(x - 5)(x + 1)}$

14) $x^2 - 6x + 8$

عددان: ضربهما = الحدّ الحرّ، وجمعهما = معامل x

$8 = (-2) \cdot (-4) \quad ، \quad (-2) + (-4) = -6$

الناتج: $\mathbf{(x - 2)(x - 4)}$

15) $x^2 + 12x + 35$

عددان: ضربهما = الحدّ الحرّ، وجمعهما = معامل x

$35 = 5 \cdot 7 \quad ، \quad 5 + 7 = 12$

الناتج: $\mathbf{(x + 5)(x + 7)}$

16) $x^2 + 2x - 80$

عددان: ضربهما = الحدّ الحرّ، وجمعهما = معامل x

$-80 = 10 \cdot (-8) \quad ، \quad 10 + (-8) = 2$

الناتج: $\mathbf{(x + 10)(x - 8)}$