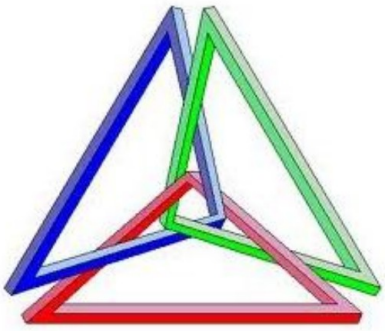
كرّاس تمارين

في موضوع

تطابق المثلّثات

للصف الثامن

تمارين متنوّعة من السهل إلى الصعب

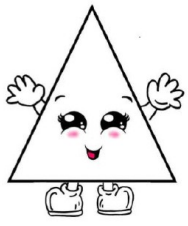


اسم الطالب/ة: _____

الصف: _____ الشعبة: _____

السنة الدراسيّة: _____

★ سهل	★★ متوسّط	★★★ صعب



تذكير قبل أن نبدأ

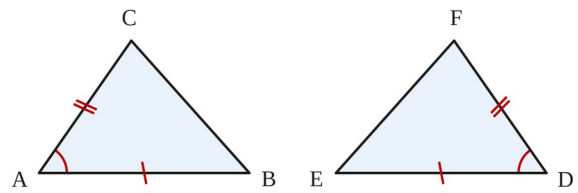
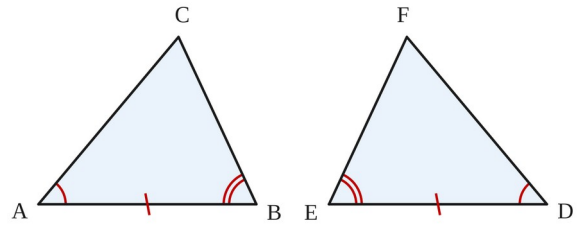
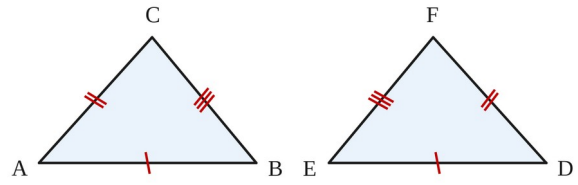
في مثلّثين متطابقين: كلّ الأضلاع المتناظرة متساوية، وكلّ الزوايا المتناظرة متساوية.

عند كتابة التطابق نرتّب الرؤوس بحسب التناظر:

$$\Delta ABC \cong \Delta DEF$$

$$\measuredangle A = \measuredangle D \qquad AB = DE$$
$$\measuredangle B = \measuredangle E \qquad BC = EF$$
$$\measuredangle C = \measuredangle F \qquad AC = DF$$

نظريّات التطابق الثلاث:

ض.ز.ض ضلعان والزاوية المحصورة بينهما	
ز.ض.ز زاويتان والضلع المحصور بينهما	
ض.ض.ض ثلاثة أضلاع	

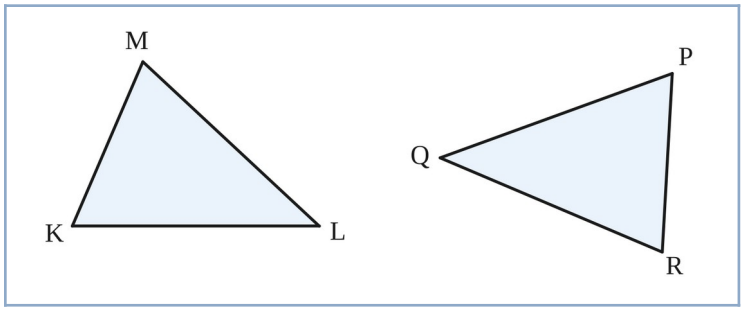
انتبه: تساوي ثلاث زوايا فقط، أو ضلعين وزاوية غير محصورة بينهما، لا يكفي للحكم أنّ المثلّثين متطابقان.

علامات الرسم: الخطوط الصغيرة على الأضلاع تعني أضلاعًا متساوية، والأقواس المتشابهة تعني زوايا متساوية. الأطوال بالسنتيمتر.

★ المستوى الأوّل: سهل ★

السؤال 1 — التناظر في مثلّثين متطابقين ★

معطى: $\Delta KLM \cong \Delta PQR$



1 أكمل الأضلاع المتناظرة المتساوية:

$KL =$ _____ $LM =$ _____ $KM =$ _____

2 أكمل الزوايا المتناظرة المتساوية:

$\measuredangle K = \measuredangle$_____ $\measuredangle L = \measuredangle$_____ $\measuredangle M = \measuredangle$_____

السؤال 2 — كتابة التطابق بالترتيب الصحيح ★

معطى: $\Delta STU \cong \Delta XYZ$

أيّ كتابة صحيحة وأيّها خاطئة؟ ضع دائرة حول الإجابة.

1	$\Delta TSU \cong \Delta YXZ$	صحيح / خطأ
2	$\Delta UTS \cong \Delta ZYX$	صحيح / خطأ
3	$\Delta SUT \cong \Delta XYZ$	صحيح / خطأ
4	$\Delta TUS \cong \Delta YZX$	صحيح / خطأ
5	$\Delta UST \cong \Delta ZYX$	صحيح / خطأ

لماذا الكتابة رقم 3 خاطئة؟

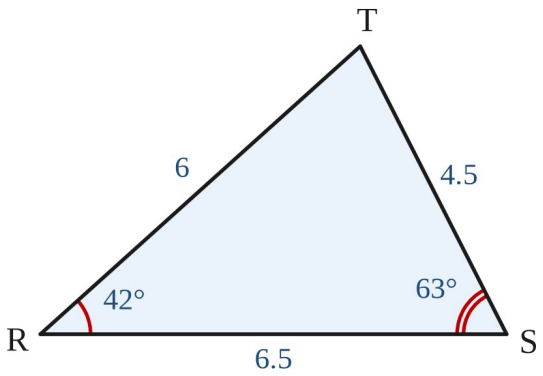
.....

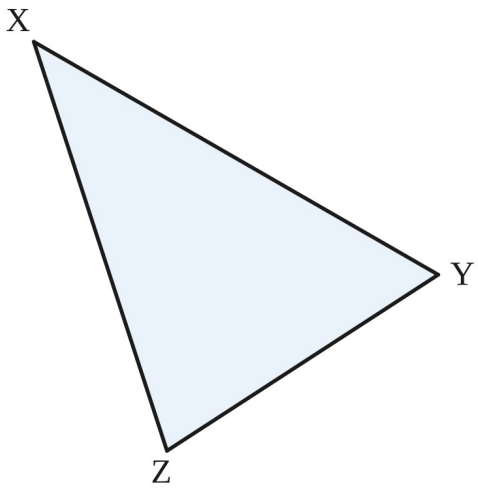
.....

السؤال 3 إيجاد أضلاع وزوايا من التطابق ★

معطى: $\Delta RST \cong \Delta XYZ$

في الرسم الأيمن قياسات المثلّث RST (الأطوال بالسم).





1 أكمل أطوال أضلاع المثلّث XYZ (بالسم):

$XY =$ _____ $YZ =$ _____ $XZ =$ _____

2 أكمل قياسات الزوايا:

$\measuredangle X =$ _____ $\measuredangle Y =$ _____

3 احسب قياس الزاوية Z. اشرح كيف حسبت.

.....

.....

.....

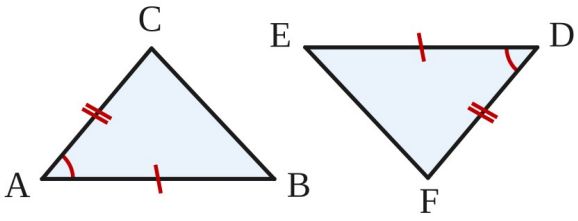
.....

4 اكتب كلّ القياسات على رسم المثلّث XYZ.

السؤال 4 هل المثلّثان متطابقان؟ (حسب العلامات) ★

في كلّ بند: هل المثلّثان متطابقان؟ إذا كان الجواب نعم، اكتب حسب أيّ نظريّة وسجّل التطابق بالترتيب الصحيح.

1



متطابقان؟ **نعم / لا**

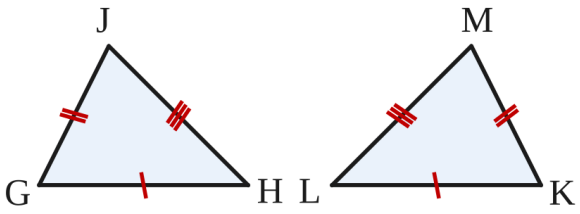
حسب نظريّة: _____

Δ_____ ≅ Δ_____

لماذا؟

.....

2



متطابقان؟ **نعم / لا**

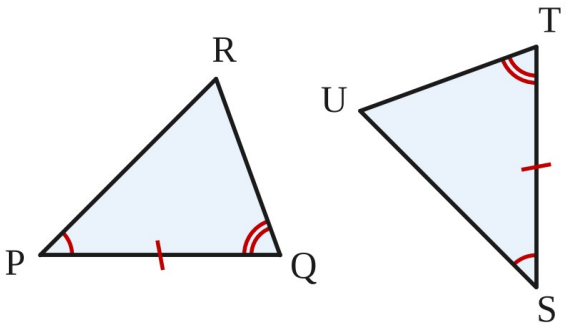
حسب نظريّة: _____

Δ_____ ≅ Δ_____

لماذا؟

.....

3



متطابقان؟ **نعم / لا**

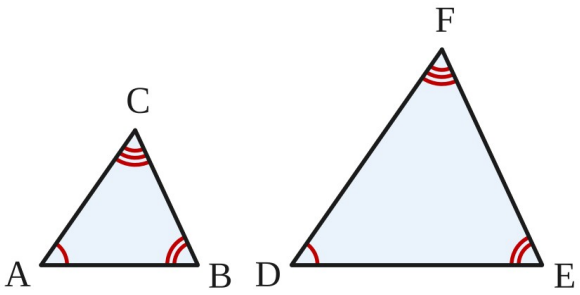
حسب نظريّة: _____

Δ_____ ≅ Δ_____

لماذا؟

.....

4



متطابقان؟ **نعم / لا**

حسب نظريّة: _____

Δ_____ ≅ Δ_____

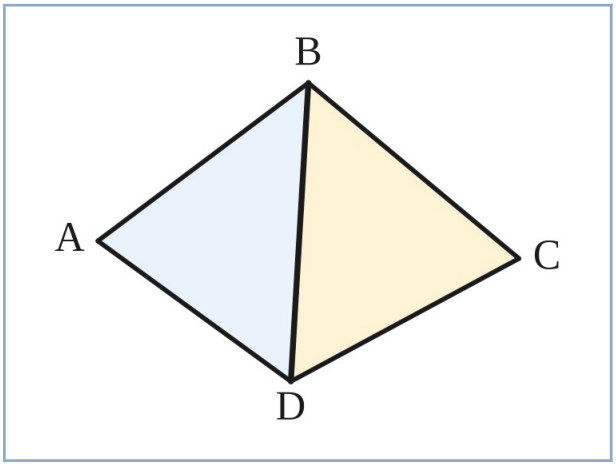
لماذا؟

.....

السؤال 5 مساواة «مخفيّة» في الرسم ★

في البراهين نستعمل كثيرًا مساواة لا تُكتب في المعطى. أكمل:

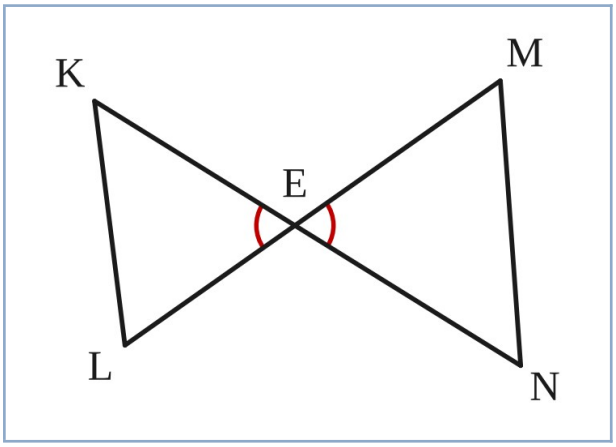
1 المثلّثان ABD و CBD لهما ضلع مشترك.



الضلع المشترك هو:

_____ = _____

2 القطعتان KN و LM تتقاطعان في النقطة E.

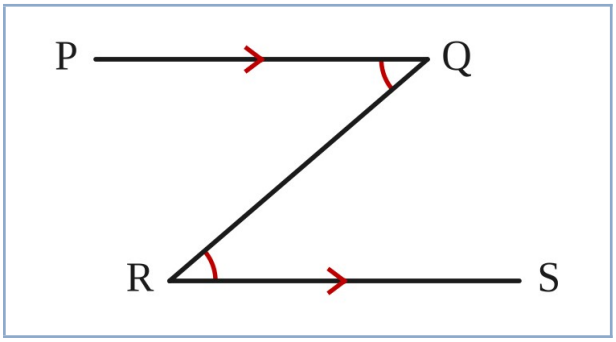


$\measuredangle KEL = \measuredangle$_____

السبب:

.....

3 $PQ \parallel RS$



$\measuredangle PQR = \measuredangle$_____

السبب:

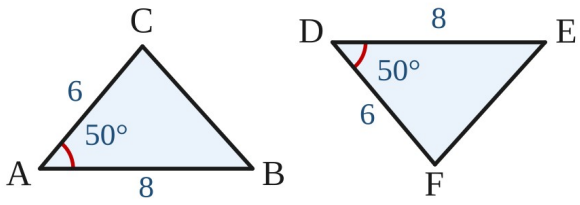
.....

★★ المستوى الثاني: متوسّط ★★

السؤال 6 — هل المثلّثان متطابقان؟ (حسب القياسات) ★★

الأطوال بالسم. في كلّ بند: هل المثلّثان متطابقان؟ إذا كان الجواب نعم، اكتب النظريّة وسجّل التطابق. إذا كان لا، اشرح لماذا.

1



متطابقان؟ **نعم / لا**

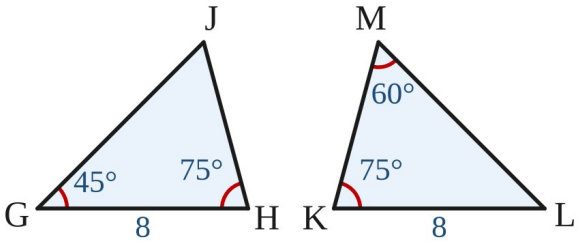
حسب نظريّة: _____

Δ_____ ≅ Δ_____

لماذا؟

.....

2



متطابقان؟ **نعم / لا**

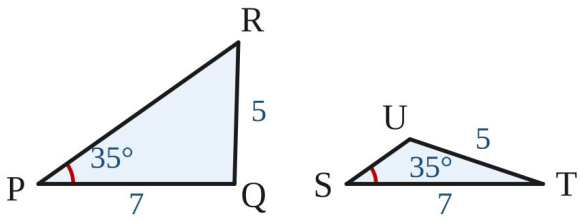
حسب نظريّة: _____

Δ_____ ≅ Δ_____

لماذا؟

.....

3



متطابقان؟ **نعم / لا**

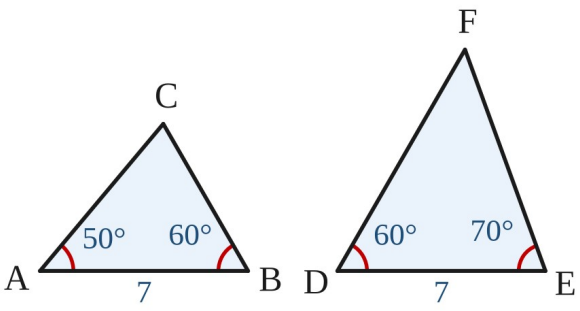
حسب نظريّة: _____

Δ_____ ≅ Δ_____

لماذا؟

.....

4



متطابقان؟ **نعم / لا**

حسب نظريّة: _____

Δ_____ ≅ Δ_____

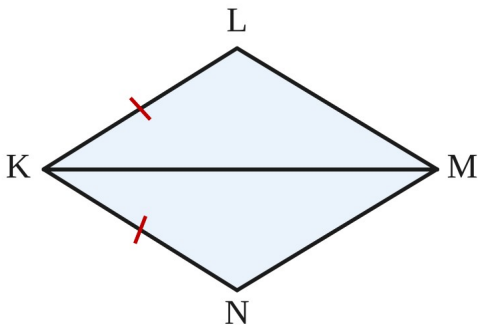
لماذا؟

.....

السؤال 7 ما هو المعطى الناقص؟ ★★

في الرباعيّ $KLMN$ رُسم القطر KM.

معطى: $KL = KN$



1 ماذا يجب أن نضيف كي يتطابق المثلّثان KLM و KNM حسب نظريّة ض.ض.ض؟

_____ = _____

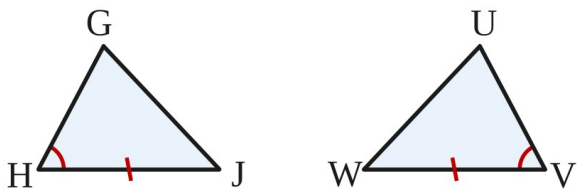
2 وماذا يجب أن نضيف كي يتطابقا حسب نظريّة ض.ز.ض؟

∡_____ = ∡_____

في الرسم المثلّثان GHJ و UVW.

معطى:

$\measuredangle H = \measuredangle V$ ، $HJ = VW$



3 ماذا يجب أن نضيف كي يتطابق المثلّثان حسب نظريّة ز.ض.ز؟

∡_____ = ∡_____

4 وماذا يجب أن نضيف كي يتطابقا حسب نظريّة ض.ز.ض؟

_____ = _____

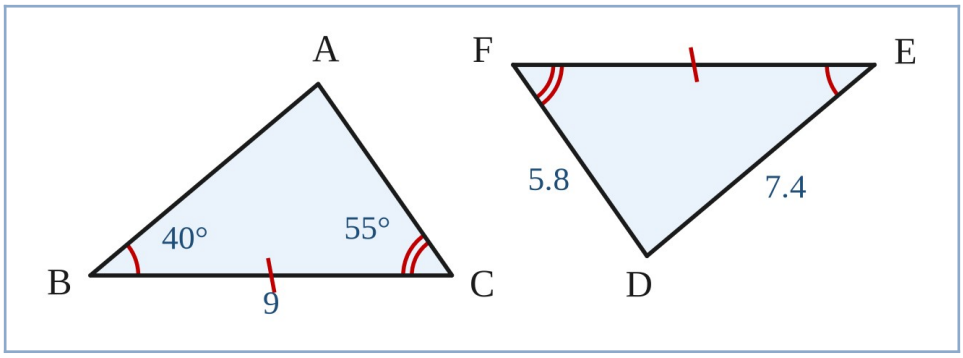
5 يوسف قال: «يكفي أن نضيف $GJ = UW$». هل هو محقّ؟ لماذا؟

.....

.....

السؤال 8 إيجاد قياسات ناقصة ★★

في الرسم المثلّثان ABC و DEF (الأطوال بالسم). العلامات تبيّن العناصر المتساوية.



1 حسب أيّ نظريّة يتطابق المثلّثان؟ سجّل التطابق بالتلاؤم.

Δ_____ $\cong$ Δ_____

النظريّة: _____

2 جِد طول الضلع EF.

.....

.....

3 جِد طولَي الضلعين AB و AC.

.....

.....

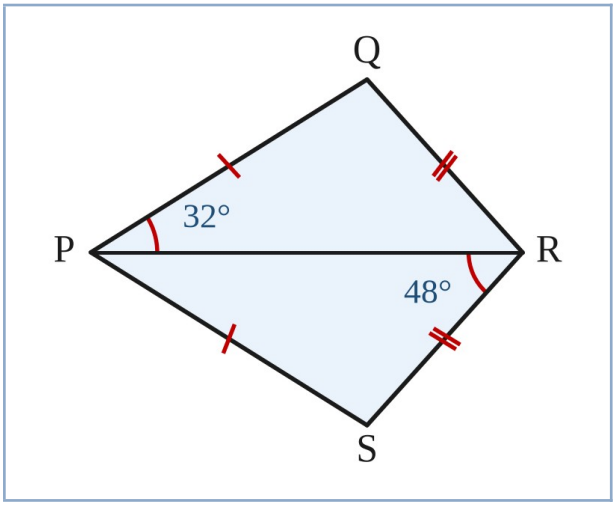
4 احسب قياس الزاوية A وقياس الزاوية D.

.....

.....

.....

السؤال 9 طائرة ورقيّة: تطابق ثمّ زوايا ★★



في الرباعيّ $PQRS$ رُسم القطر PR.

معطى:

$PQ = PS$ ، $RQ = RS$

$\measuredangle QPR = 32°$ ، $\measuredangle PRS = 48°$

1 اشرح لماذا $\Delta PQR \cong \Delta PSR$. حسب أيّ نظريّة؟

.....

.....

.....

2 جِد قياسات الزوايا:

$\measuredangle SPR =$ _____ $\measuredangle QRP =$ _____

3 احسب $\measuredangle PQR$ و $\measuredangle PSR$.

.....

.....

4 احسب $\measuredangle QPS$ و $\measuredangle QRS$.

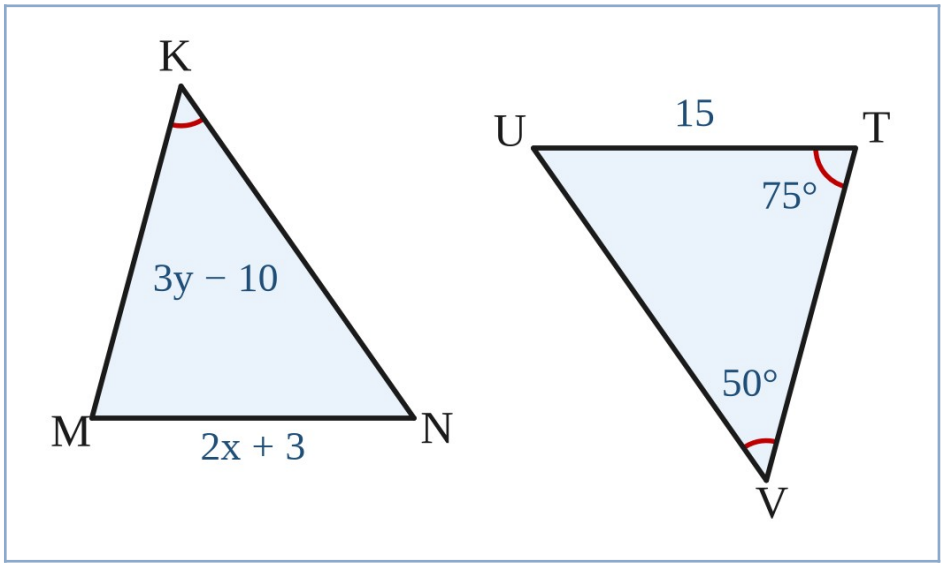
.....

.....

معطى: $\Delta MNK \cong \Delta TUV$

القياسات مكتوبة على الرسم:

$$MN = 2x + 3 \quad ، \quad \measuredangle K = 3y - 10$$

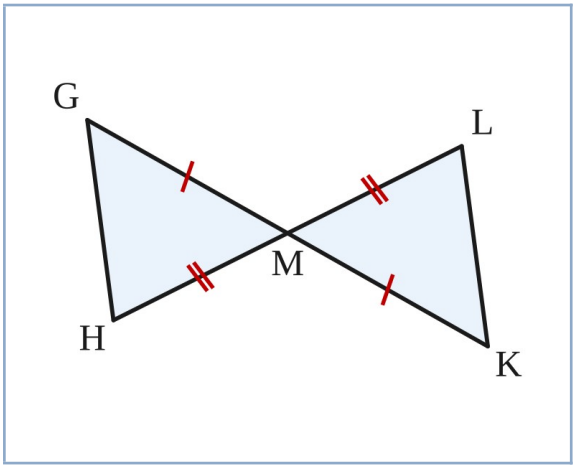


1 جِد قيمة x.

2 جِد قيمة y.

3 احسب قياس الزاوية N.

السؤال 11 برهان موجَّه – زاويتان متقابلتان بالرأس ★★



القطعتان GK و HL تتقاطعان في النقطة M.

معطى:

$$GM = KM \ ، \ HM = LM$$

1 **برهن أنّ:** $\Delta GMH \cong \Delta KML$

أكمل الفراغات في البرهان:

الادّعاء	السبب
$GM =$ _____	معطى
$\measuredangle GMH = \measuredangle$_____	
$HM =$ _____	
$\Downarrow$ Δ_____ $\cong$ Δ_____	حسب نظريّة التطابق _____

2 سجّل ماذا ينتج من تطابق المثلّثين:

$\measuredangle H = \measuredangle$_____ $\quad \measuredangle G = \measuredangle$_____ $\quad GH =$ _____

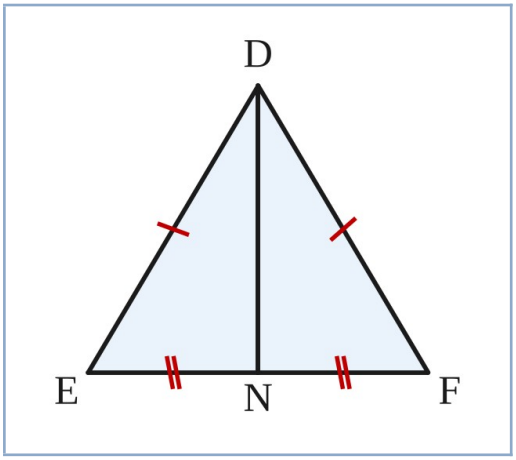
3 استعن بالبند 2 واشرح لماذا $GH \parallel KL$.

.....

.....

.....

السؤال 12 برهان موجَّه – متوسّط في مثلّث متساوي الساقين ★★



في المثلّث DEF:

معطى: $DE = DF$

النقطة N منتصف الضلع EF.

1 **برهن أنّ:** $\Delta DEN \cong \Delta DFN$

أكمل الفراغات في البرهان:

الادّعاء	السبب
$DE =$ _____	معطى
$EN =$ _____	
$DN =$ _____	
⇓ Δ_____ $\cong$ Δ_____	حسب نظريّة التطابق _____

2 سجّل ماذا ينتج من تطابق المثلّثين:

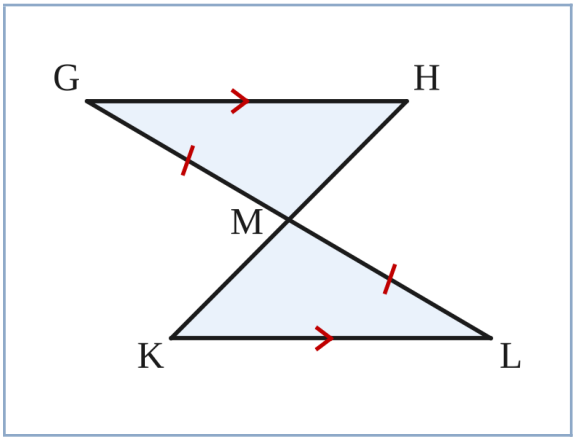
$\measuredangle DNE = \measuredangle$_____ $\measuredangle E = \measuredangle$_____ $\measuredangle EDN = \measuredangle$_____

3 احسب $\measuredangle DNE$. علّل.

.....

.....

.....



$GH \parallel KL$

القطعتان GL و HK تتقاطعان في النقطة M.

معطى: $GM = LM$

1 **برهن أنّ:** $\Delta GHM \cong \Delta LKM$

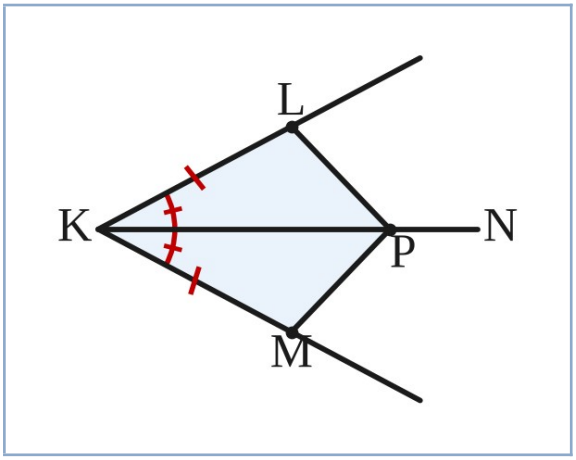
أكمل الفراغات في البرهان:

الادّعاء	السبب
$\measuredangle HGM = \measuredangle$_____	زاويتان _____
$GM =$ _____	
$\measuredangle GMH = \measuredangle$_____	
$\Downarrow$ Δ_____ $\cong$ Δ_____	حسب نظريّة التطابق _____

2 سجّل ماذا ينتج من تطابق المثلّثين:

$GH =$ _____ $HM =$ _____ $\measuredangle H = \measuredangle$_____

السؤال 14 برهان موجَّه – منصّف زاوية ★★



معطى: $KL = KM$

KN منصّف الزاوية LKM.

النقطة P تقع على المنصّف KN.

1 **برهن أنّ:** $\Delta KLP \cong \Delta KMP$

أكمل الفراغات في البرهان:

الادّعاء	السبب
$KL =$ _____	معطى
$\measuredangle LKP = \measuredangle$ _____	
$KP =$ _____	
$\Downarrow$ Δ_____ $\cong$ Δ_____	حسب نظريّة التطابق _____

2 اشرح لماذا $PL = PM$.

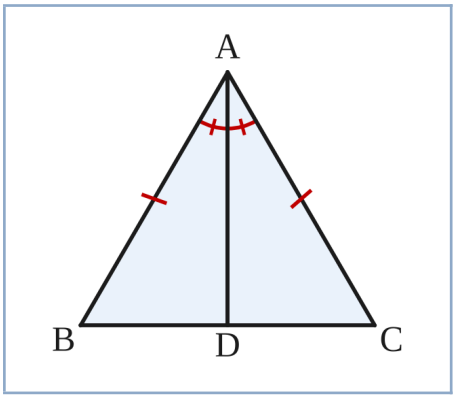
.....

.....

★★★ المستوى الثالث: صعب ★★★

في هذا المستوى اكتب البرهان كاملًا: المعطى، المطلوب برهانه، جدول الادّعاء والسبب، ثمّ ماذا ينتج من التطابق. انظر المثال:

مثال محلول



في المثلّث ABC معطى: $AB = AC$، و AD منصّف الزاوية BAC.

المعطى:

$$AB = AC \ ، \ \measuredangle BAD = \measuredangle CAD$$

المطلوب برهانه: $\Delta ABD \cong \Delta ACD$

البرهان:

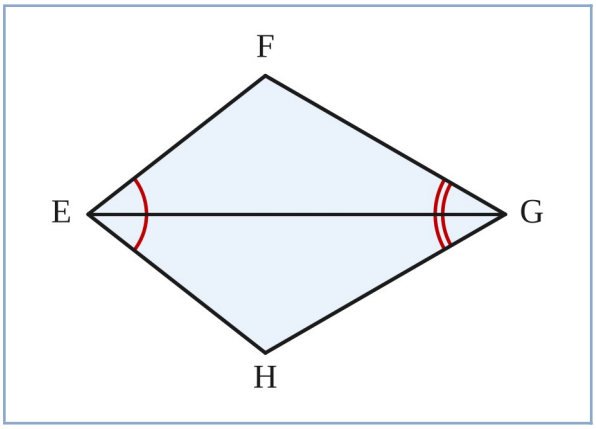
الادّعاء	السبب
$AB = AC$	معطى
$\measuredangle BAD = \measuredangle CAD$	AD منصّف الزاوية
$AD = AD$	ضلع مشترك
$\Downarrow$ $\Delta ABD \cong \Delta ACD$	حسب نظريّة التطابق ض.ز.ض

وهو المطلوب برهانه ■

ينتج من التطابق:

$$BD = CD \qquad \measuredangle B = \measuredangle C \qquad \measuredangle ADB = \measuredangle ADC$$

السؤال 15 برهان – ضلع مشترك ★★★



في الرباعيّ $EFGH$ رُسم القطر EG.

معطى:

$\measuredangle FEG = \measuredangle HEG$ ، $\measuredangle FGE = \measuredangle HGE$

1 برهن أنّ: $\Delta EFG \cong \Delta EHG$

المعطى:

.....

.....

المطلوب برهانه:

.....

البرهان: (اكتب المتساويات بالتلاؤم)

الادّعاء	السبب
⇓ Δ_____ $\cong$ Δ_____	حسب نظريّة التطابق _____

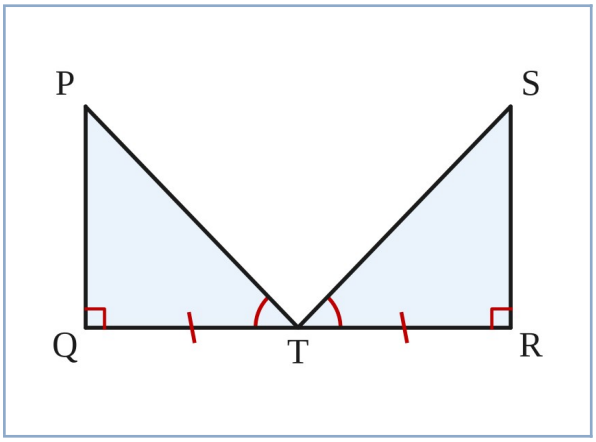
وهو المطلوب برهانه ■

2 سجّل ماذا ينتج من تطابق المثلّثين:

.....

.....

.....



معطى:

$PQ \perp QR$ ، $SR \perp QR$

النقطة T منتصف القطعة QR.

$\measuredangle PTQ = \measuredangle STR$

1 برهن أنّ: $\Delta PQT \cong \Delta SRT$

المعطى:

.....

.....

.....

المطلوب برهانه:

.....

البرهان: (اكتب المتساويات بالتلاؤم)

الادّعاء	السبب
⇓ Δ_____ $\cong$ Δ_____	حسب نظريّة التطابق _____

وهو المطلوب برهانه ■

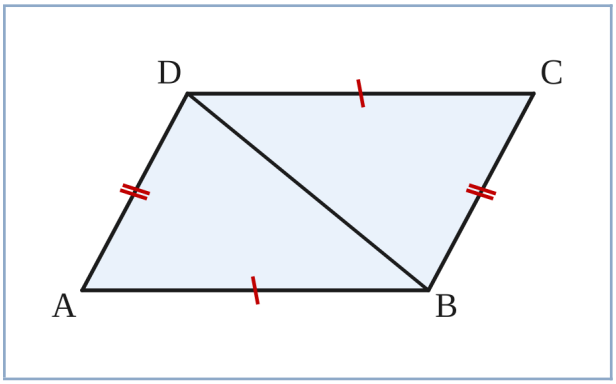
2 سجّل ماذا ينتج من تطابق المثلّثين:

.....

.....

.....

السؤال 17 برهان – أضلاع متقابلة متساوية ★★★



في الرباعيّ $ABCD$ رُسم القطر BD.

معطى:

$AB = CD \ ، \ AD = CB$

1 برهن أنّ: $\Delta ABD \cong \Delta CDB$

المعطى:

.....

.....

المطلوب برهانه:

.....

البرهان: (اكتب المتساويات بالتلاؤم)

الادّعاء	السبب
⇓ Δ_____ $\cong$ Δ_____	حسب نظريّة التطابق _____

وهو المطلوب برهانه ■

2 سجّل ماذا ينتج من تطابق المثلّثين:

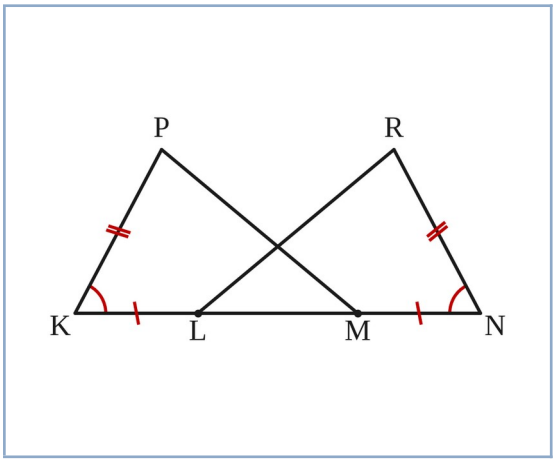
.....

.....

3 استعن بالبند السابق واشرح لماذا $CD \parallel AB$.

.....

.....



النقاط K, L, M, N تقع على مستقيم واحد بهذا الترتيب.

معطى:

$$KL = MN \ ، \ PK = RN \ ، \ \measuredangle PKL = \measuredangle RNM$$

1 برهن أنّ: $\Delta PKM \cong \Delta RNL$

تلميح: $KM = KL + LM$

المعطى:

.....

.....

.....

المطلوب برهانه:

.....

البرهان: (اكتب المتساويات بالتلاؤم)

الادّعاء	السبب
⇓ Δ_____ $\cong$ Δ_____	حسب نظريّة التطابق _____

وهو المطلوب برهانه ■

2 سجّل ماذا ينتج من تطابق المثلّثين:

.....

.....

.....

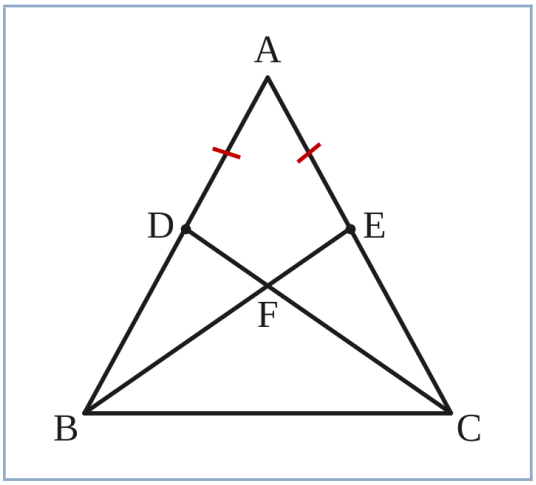
السؤال 19 تحدٍّ: تطابقان متتاليان ★★★

معطى:

$AB = AC$ ، $AD = AE$

النقطة D على الضلع AB، والنقطة E على الضلع AC.

القطعتان BE و CD تتقاطعان في النقطة F.



1 **برهن أنّ:** $\Delta ABE \cong \Delta ACD$

الادّعاء	السبب
⇓ Δ_____ $\cong$ Δ_____	حسب نظريّة التطابق _____

2 سجّل زاويتين متساويتين تنتجان من التطابق في البند 1.

.....

.....

.....

.....

3 **برهن أنّ:** $\Delta BDF \cong \Delta CEF$

تلميح: احسب BD و CE، واستعن بالبند 2 وبالزوايا المتجاورة على مستقيم.

الادّعاء	السبب
⇓ Δ_____ $\cong$ Δ_____	حسب نظريّة التطابق _____

4 سجّل ماذا ينتج من التطابق في البند 3:

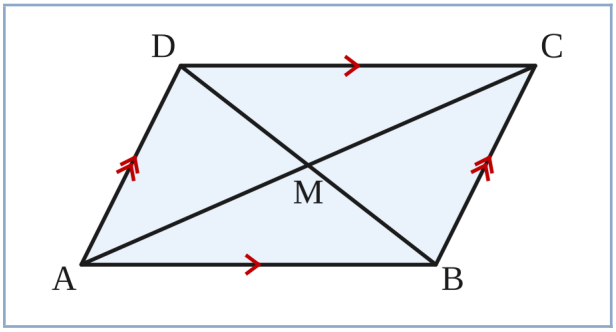
.....

.....

.....

.....

السؤال 20 تحدٍّ: قطرا متوازي الأضلاع ★★★



في الرباعيّ $ABCD$:

$AB \parallel DC$ ، $AD \parallel BC$

القطران AC و BD يتقاطعان في النقطة M.

1 **برهن أنّ:** $\Delta ABC \cong \Delta CDA$

الادّعاء	السبب
⇓ Δ_____ $\cong$ Δ_____	حسب نظريّة التطابق _____

2 استنتج أنّ $AB = CD$. علّل.

.....

.....

.....

3 **برهن أنّ:** $\Delta ABM \cong \Delta CDM$

الادّعاء	السبب
$\Downarrow$ Δ_____ $\cong$ Δ_____	حسب نظريّة التطابق _____

4 ماذا ينتج عن القطرين AC و BD؟

.....

.....

.....

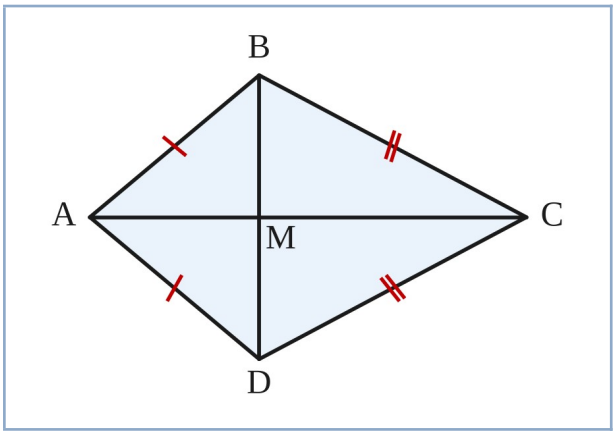
.....

السؤال 21 تحدٍّ: قطرا الطائرة الورقيّة ★★★

في الرباعيّ $ABCD$:

$AB = AD \ ، \ CB = CD$

القطران AC و BD يتقاطعان في النقطة M.



1 **برهن أنّ:** $\Delta ABC \cong \Delta ADC$

الادّعاء	السبب
⇓ Δ_____ $\cong$ Δ_____	حسب نظريّة التطابق _____

2 استنتج أنّ $\measuredangle BAM = \measuredangle DAM$. علّل.

.....

.....

.....

3 **برهن أنّ:** $\Delta ABM \cong \Delta ADM$

الادّعاء	السبب
$\Downarrow$ Δ_____ $\cong$ Δ_____	حسب نظريّة التطابق _____

4 برهن أنّ $BD \perp AC$، وأنّ $BM = DM$.